

5. Коррекция линейных непрерывных систем

.....

В данной главе рассматриваются вопросы, связанные с изучением методов анализа и коррекции системы в соответствии с заданными техническими условиями. Коррекция осуществляется с применением последовательного однозвенного корректирующего фильтра. Проводится анализ исходной системы. Результаты анализа позволяют подробно описать все свойства динамики и точность исходной системы и сравнить их с данными технических условий. Если это необходимо, подбираются параметры одного или двух вариантов фильтра и фиксируются все достигнутые преимущества проведенной коррекции. Особо отмечаются недостатки, которые не удалось устранить.

5.1. Техническое задание на проектирование непрерывных систем

.....

При проектировании системы должны быть выполнены следующие требования:

1. Результирующая система должна быть устойчивой.
2. Запасы устойчивости по амплитуде и фазе $\Delta L \geq 14$ дБ, $\Delta\varphi \geq 30^\circ$.
3. Ограничивается колебательность системы: $\sigma \leq 30\%$ ($M \leq 1,5$).

4. Для достижения требуемой точности по регулярному задающему воздействию в установившемся режиме работы системы должны выполняться условия:
- $\frac{\varepsilon_{уст}}{x_m} \leq A_0, \frac{\varepsilon_{уст}}{x'_m} \leq B_0$ — для статических систем;
 - $\frac{\varepsilon_{уст}}{x'_m} \leq A_1, \frac{\varepsilon_{уст}}{x''_m} \leq B_1$ — для астатических систем первого порядка;
 - $\frac{\varepsilon_{уст}}{x''_m} \leq A_2$ — для астатических систем второго порядка,
- где $\varepsilon_{уст}$ — ошибка в установившемся режиме; $x_m = a, x'_m = v, x''_m = w$ — максимальные значения задающего воздействия, его скорости и ускорения; A_0, A_1, A_2, B_0, B_1 — заданные постоянные.
5. Из всех рассматриваемых в процессе проектирования вариантов системы необходимо выбрать тот, который обеспечивает системе наибольшее быстродействие.

5.2. Построение запретных зон по колебательности

.....

Запретные зоны по колебательности строятся на ряде частотных характеристик и представляют собой области, в которых выполняется условие $M \leq M_d$ (в предлагаемом задании $M_d = 1,5$).

На амплитудно-частотной характеристике системы в замкнутом состоянии (АЧХ) запретная зона — это область, расположенная выше прямой $M = M_d$, в которую не должно попадать максимальное значение функции $A_3 = A_3(\omega)$.

На амплитудно-фазовой характеристике системы в разомкнутом состоянии (АФХ) запретная зона — внутренние точки

области, ограниченной окружностью, являющейся линией постоянного уровня $M_d = 1,5$.

Наибольшее значение для коррекции системы имеет построение запретной зоны по колебательности на логарифмических частотных характеристиках (ЛАХ) системы.

Для построения запретной зоны на ЛАХ системы необходимо:

- на графике логарифмической амплитудно-частотной характеристики $L = L(\omega)$ изобразить две контрольные линии, параллельные оси ω , имеющие уровни $20 \lg \left(\frac{M_d}{M_d + 1} \right)$ и $20 \lg \left(\frac{M_d}{M_d - 1} \right)$. Фиксируются значения частот ω_a и ω_b , точек A и B пересечения этими линиями характеристики $L = L(\omega)$. На графике фазочастотной характеристики на уровне $\varphi(\omega) = -\pi$ для приведенных значений частот ставятся точки A и B . Из точки, находящейся на середине отрезка AB , вверх откладывается значение угла $\Delta\gamma = \arcsin(1/M_d)$. Через точки A , B и новую точку проводится дуга. Область, заключенная между этой дугой и линией $\varphi(\omega) = -\pi$, является запретной зоной по колебательности. Если логарифмическая фазочастотная характеристика не пересекает эту зону (проходит выше), то выполняется условие $M \leq M_d$;
- если указанное условие не выполняется, то для уменьшения колебательности необходимо стремиться к тому, чтобы наклон линейно-ломаной $L = L(\omega)$ между частотами ω_a и ω_b был равным -20 дБ/дек.

5.3. Построение запретных зон по точности

В соответствии с техническими условиями по точности (пункт 4 технического задания на с. 63) подбирается эквивалентное гармоническое входное воздействие $x = A \sin(\omega_x t)$, амплитуда A которого и амплитуды его скорости и ускорения совпадают с перечисленными выше максимальными значениями x_m , x'_m , x''_m задающего воздействия, его скорости и ускорения.

Частота ω_x и значение логарифмической амплитудно-частотной характеристики $L(\omega_x) = 20 \lg A$ на частоте ω_x являются координатами контрольной точки:

- для статической системы

$$\omega_x = A_0/B_0, A = 1/A_0. L(\omega_x) = 20 \lg (1/A_0);$$

- для астатической системы первого порядка астатизма

$$\omega_x = A_1/B_1, A = B_1/A_1^2. L(\omega_x) = 20 \lg (B_1/A_1^2).$$

На рис. 5.1, а–б изображены запретные зоны для этих систем с указанием углов наклона границ зон;

- на рис. 5.1, в — запретная зона по точности для системы второго порядка астатизма, $k_x = \frac{1}{\sqrt{A_2}}$.

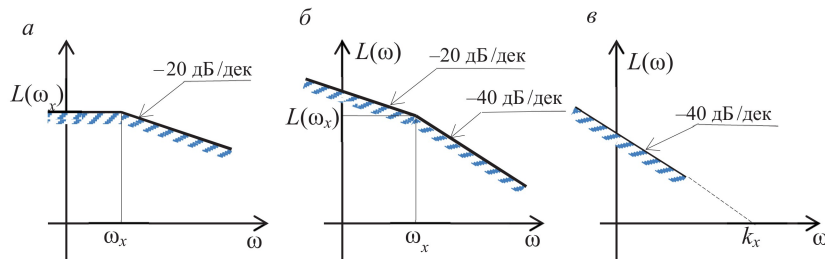


Рис. 5.1. Запретные зоны по точности

5.4. Последовательный корректирующий фильтр

В тех случаях, когда исходная система не удовлетворяет всем требованиям технического задания на проектирование, применяется однозвенный последовательный корректирующий фильтр с передаточной функцией

$$W_{\text{кор}}(s) = k_{\text{кор}} \frac{1 + s\tau_{\text{кор}}}{1 + sT_{\text{кор}}}. \quad (5.1)$$

Таким образом, в рассматриваемых условиях, когда структура фильтра задана зависимостью (5.1), задача его выбора сводится к определению трех параметров $k_{\text{кор}}$, $\tau_{\text{кор}}$, $T_{\text{кор}}$. Этот процесс удобно разбить на два этапа:

1. Выбор коэффициента $k_{\text{кор}}$, обеспечивающего требуемую точность системы. Известно, что с увеличением коэффициента усиления системы в разомкнутом состоянии точность системы повышается. Следовательно, если график $L = L(\omega)$ логарифмической амплитудно-частотной характеристики пересекает запретную зону по точности, то коэффициент $k_{\text{кор}}$ должен быть больше единицы и таким, чтобы график $L = L(\omega)$ в области низких частот проходил выше или хотя бы лежал на графике запретной зоны.

2. Выбор постоянных времени $\tau_{\text{кор}}$ и $T_{\text{кор}}$. Представим передаточную функцию (5.1) системы в виде

$$W_{\text{кор}}(s) = k_{\text{кор}} \cdot W'(s), \quad W'(s) = \frac{1 + s\tau_{\text{кор}}}{1 + sT_{\text{кор}}}.$$

В зависимости от соотношения постоянных времени $\tau_{\text{кор}}$ и $T_{\text{кор}}$ свойства фильтра ($W'(s)$) существенно различаются:

1. При $\tau_{\text{кор}} > T_{\text{кор}}$ — корректирующий фильтр с опережением по фазе, который позволяет (с учетом выполнения требования по точности):

- увеличить запас устойчивости по фазе;
- увеличить частоту среза $\omega_{\text{ср}}^{\text{рез}}$ и, следовательно, повысить быстродействие результирующей системы по сравнению с исходной;
- обеспечить наклон -20 дБ/дек логарифмической частотной характеристики $L(\omega)$ в районе частоты среза $\omega_{\text{ср}}^{\text{рез}}$, что уменьшает колебательность системы.

Недостаток применения этого фильтра заключается в возможном уменьшении запаса устойчивости по амплитуде.

2. При $\tau_{\text{кор}} < T_{\text{кор}}$ — корректирующий фильтр с запаздыванием по фазе существенное преимущество которого заключается в том, что он позволяет уменьшить коэффициент усиления в области средних частот и тем самым улучшить свойства устойчивости системы и все показатели качества динамики переходного процесса. При этом в области низких частот коэффициент усиления не изменяется, следовательно, характеристики точности системы в установившемся режиме остаются прежними.

Недостаток применения этого фильтра заключается в уменьшении частоты среза $\omega_{\text{ср}}^{\text{рез}}$, и следовательно, в уменьшении полосы пропускания, а также в снижении быстродействия системы (в увеличении времени $t_{\text{п}}$ переходного процесса).

5.5. Пример коррекции системы

В предлагаемой главе демонстрируется пример коррекции астатической системы второго порядка астатизма. Подобные системы на практике используются в качестве измерительных систем, поскольку позволяют обеспечить повышенную точность слежения по регулярному задающему воздействию.

Исходная система задана структурной схемой (см. рис. 2.1). Передаточная функция этой системы в разомкнутом состоя-

нии имеет вид

$$W(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s^2(1+sT)}, \quad (5.2)$$

где $k = 10^6 \text{ с}^{-2}$, $T = 0,0005 \text{ с}$, $\tau = 0,005 \text{ с}$.

Необходимо провести анализ и, если потребуется, коррекцию системы в соответствии с заданными техническими условиями на проектирование:

$$\sigma \leq 30 \% (M \leq 1,5), \Delta L \geq 14 \text{ дБ}, \Delta\varphi \geq 30^\circ, \frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m''} \leq 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ с}^2.$$

Подробно проблемы, связанные с проведением анализа данной системы и двух вариантов ее коррекции, рассмотрены в работе [8, пример 2, с. 16].

5.5.1. Анализ исходной системы

Передаточная функция (5.2) представляется набором типовых звеньев — двух интегрирующих, инерционного и форсирующего:

$$W(s) = \frac{\sqrt{k}}{s} \frac{\sqrt{k}}{s} \frac{1}{1+sT} (1+s\tau).$$

На одном графике в масштабе изображаются графики логарифмических частотных характеристик каждого из этих звеньев. Полученные кривые графически суммируются, образуя ЛАХ системы в разомкнутом состоянии. Графики функций $L = L(\omega)$ и $\varphi = \varphi(\omega)$ изображаются точно один под другим (рис. 5.2).

Показатели качества, найденные по этим характеристикам:

$$\omega_{\text{ср}} = 3200 \text{ с}^{-1}, \omega_{\text{кр}} = \infty, \Delta L = \infty, \Delta\varphi = 30^\circ.$$

Запретная зона по точности. Для рассматриваемой системы второго порядка астатизма изображена на рис. 5.1. Представляет собой прямую с наклоном -40 дБ/дек , пересекающую

ось ω на частоте, равной k_x . Действует запретная зона по точности только в низкочастотной области (см. рис. 5.1, в). Параметры контрольной точки рассчитываются в соответствии с требованиями по точности, приведенными в техническом задании на с. 63.

$$\frac{\varepsilon_{уст}}{x_m''} \leq 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ с}^2 = A_2. k_x = \frac{1}{\sqrt{A_2}} = 2 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

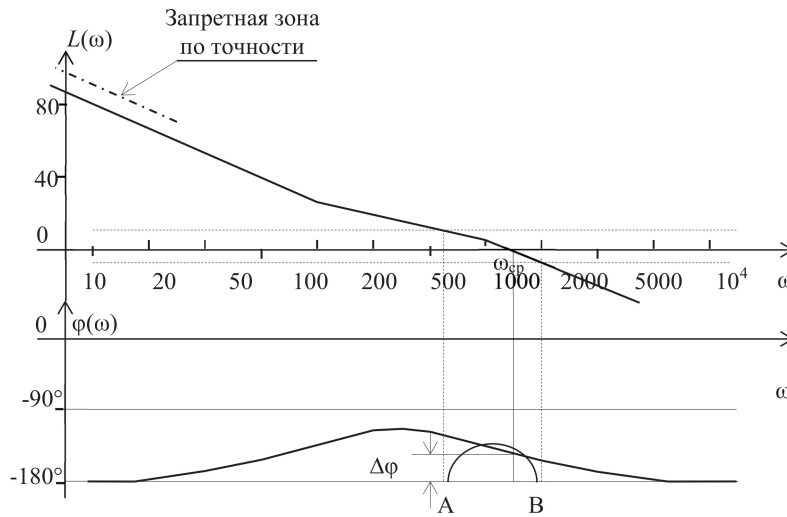


Рис. 5.2. ЛАХ исходной системы

Запретная зона по колебательности. Допустимое значение показателя колебательности $M_d = 1,5$. Для формирования запретной зоны по колебательности на графике функции $L = L(\omega)$ (рис. 6.1) проводятся две контрольные линии по уровням

$$20 \lg\left(\frac{M_d}{M_d - 1}\right) = 9,5 \text{ дБ}, \quad 20 \lg\left(\frac{M_d}{M_d + 1}\right) = -4,4 \text{ дБ}.$$

Определяются значения частот ω_a и ω_b (частоты точек пересечения контрольных линий и функции $L = L(\omega)$), позво-

ляющие найти на фазовой характеристике положение точек $A(\omega_a; -180^\circ)$ и $B(\omega_b; -180^\circ)$. Вычисляется значение угла $\Delta\gamma = \arcsin(1/M_d) = 41,8^\circ$. На графике фазочастотной характеристики изображается дуга, определяющая запретную зону по колебательности.

Точность изучаемой системы можно оценить по величине ошибки в установившемся режиме работы системы для трех входных регулярных воздействий (по постоянной составляющей, скорости и ускорению). Применяется метод коэффициентов ошибок.

Раскрыв скобки в формуле (5.2) и произведя необходимые преобразования, получим выражение передаточной функции $W(s)$ как отношение полиномов $B(s)$ и $C(s)$:

$$W(s) = \frac{B(s)}{C(s)} = \frac{b_0s + b_1}{c_0s^3 + c_1s^2 + c_2s + c_3}. \quad (5.3)$$

Тогда передаточная функция ошибки по регулярному входному воздействию будет иметь вид

$$W_\varepsilon(s) = \frac{1}{1+W(s)} = \frac{C(s)}{B(s)+C(s)} = \frac{C(s)}{A(s)} = \frac{c_0s^3 + c_1s^2 + c_2s + c_3}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}. \quad (5.4)$$

Полиномы в формулах (5.3) и (5.4) имеют вид

$$B(s) = k\tau s + k = 5 \cdot 10^3 s + 10^6,$$

$$C(s) = Ts^3 + s^2 = 5 \cdot 10^{-4} s^3 + s^2,$$

$$A(s) = Ts^3 + s^2 + k\tau s + k = 5 \cdot 10^{-4} s^3 + s^2 + 5 \cdot 10^3 s + 10^6.$$

Для вычисления коэффициентов ошибок формируется соотношение

$$A(s) \cdot (\gamma_0 + \gamma_1 s + \gamma_2 s^2) = C(s),$$

$$(k + k\tau s + s^2 + Ts^3)(\gamma_0 + \gamma_1 s + \gamma_2 s^2) = 0s^0 + 0s^1 + s^2 + Ts^3.$$

Перемножив полиномы левой части и приравняв коэффициенты при одинаковых степенях переменной s , получим систему уравнений для трех коэффициентов ошибок:

- $k\gamma_0 = 0 \rightarrow \gamma_0 = 0$;
- $k\tau\gamma_0 + k\gamma_1 = 0 \rightarrow \gamma_1 = 0$;
- $\gamma_0 + k\tau\gamma_1 + k\gamma_2 = 1 \rightarrow \gamma_2 = \frac{1}{k}$.

Таким образом, $\gamma_0 = 0$, $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 10^{-6}$.

Полученные коэффициенты ошибок позволяют определить значения ошибок в установившемся режиме работы системы для трех заданных входных воздействий по формуле (2.9). В рассматриваемом примере изучается система второго порядка астатизма. Поэтому отлична от нуля только ошибка по ускорению входного воздействия:

- $x(t) = a \cdot 1(t) \rightarrow \frac{\varepsilon_{уст}}{a} = \frac{\varepsilon_{уст}}{x_m} = \gamma_0 = 0$. $\varepsilon_{уст} = a\gamma_0 = 0$;
- $x(t) = vt \rightarrow \frac{\varepsilon_{уст}}{v} = \frac{\varepsilon_{уст}}{x'_m} = \gamma_1 = 0$. $\varepsilon_{уст} = v\gamma_1 = 0$;
- $x(t) = \frac{wt^2}{2} \rightarrow \frac{\varepsilon_{уст}}{w} = \frac{\varepsilon_{уст}}{x''_m} = \gamma_2 = 10^{-6}$. $\varepsilon_{уст} = 10^{-6} > 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ с}^2$.

Итак, требование точности системы по ускорению входного воздействия не выполняется. Поэтому, как было показано ранее, логарифмическая амплитудно-частотная характеристика системы пересекает запретную зону по точности.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие заключения:

- в рассматриваемых условиях выполняется неравенство $\omega_{ср} < \omega_{кр}$ ($\omega_{ср} = 3200 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{кр} = \infty$), следовательно, исходная система устойчива;
- запас устойчивости по амплитуде ($\Delta L = \infty$) достаточный, а по фазе ($\Delta\varphi = 27^\circ$) — несколько меньше допустимого;
- логарифмическая амплитудно-частотная характеристика пересекает запретную зону по точности, что свидетельствует о невыполнении технического усло-

вия точности по ускорению регулярного входного воздействия. Это положение подтверждается и результатом вычисления ошибки по ускорению;

- наклон логарифмической амплитудно-частотной характеристики $L = L(\omega)$ в районе частоты среза $\omega_{\text{ср}}$ равен -40 дБ/дек, что указывает на колебательный характер переходного процесса рассматриваемой системы.

Итак, исходная система устойчива, но не удовлетворяет, прежде всего, требованиям технического задания по точности и по запасу устойчивости по фазе. Для того чтобы обеспечить выполнение требований технического задания, предлагается применить последовательный корректирующий фильтр.

5.5.2. Применение последовательного корректирующего фильтра

В рассматриваемой работе рекомендуется для коррекции системы применять однозвенный фильтр (5.1). Таким образом, задача выбора корректирующего фильтра сводится к определению трех параметров $k_{\text{кор}}$, $\tau_{\text{кор}}$, $T_{\text{кор}}$. Этот процесс разбивается на два этапа:

1. Выбор коэффициента $k_{\text{кор}}$, обеспечивающего требуемую точность системы. Для удовлетворения требованиям точности необходимо увеличить коэффициент усиления k так, чтобы логарифмическая амплитудно-частотная характеристика проходила выше запретной зоны по точности:

$$k_{\text{рез}} = k_{\text{ис}} k_{\text{кор}},$$

где $k_{\text{рез}}$ — коэффициент усиления результирующей, $k_{\text{ис}}$ — исходной системы; $k_{\text{кор}}$ — коэффициент усиления корректирующего фильтра.

Минимальное значение коэффициента усиления необходимо выбрать $k_{\text{кор}} = 5$ (в этом случае ломаная кривая $L = L(\omega)$ «лежит» на границе запретной зоны).

2. Выбор постоянных времени $\tau_{\text{кор}}$ и $T_{\text{кор}}$. Ниже будут рассмотрены два варианта коррекции исходной системы:

1) применение фильтра с опережением по фазе с параметрами

$$k_{\text{кор},1} = 5, \tau_{\text{кор},1} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}, T_{\text{кор},1} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ с};$$

2) применение фильтра с запаздыванием по фазе с параметрами

$$k_{\text{кор},2} = 5, \tau_{\text{кор},2} = 0,05 \text{ с}, T_{\text{кор},2} = 1 \text{ с}.$$

Как уже отмечалось, применение программного продукта *PTSystem_New*, разработанного на кафедре РТС, позволяет на экране дисплея получить графики ЛАХ, переходной характеристики $h = h(t)$ и амплитудно-частотной характеристики системы в замкнутом состоянии (АЧХ) $A_3 = A_3(\omega)$, а также значения показателей точности системы. Благодаря полученной информации о качестве системы появляется возможность уточнить дополнительные варианты коррекции и выбрать из них наилучший с той или иной точки зрения.

В таблице приведены значения показателей качества исходной и двух вариантов результирующей систем. Все показатели качества результирующих систем и ряд показателей исходной системы получены с использованием программного обеспечения. Для сравнения в первой строке рассматриваемой таблицы приведены данные технического задания.

Показатели качества результирующих систем

Вид системы	$\omega_{\text{ср}}$, с	$\omega_{\text{кр}}$, с	ΔL , дБ	$\Delta \varphi$, °	M	$\varepsilon_{\text{уст}}/x''_m$, с ²	σ , %	t_n , с
Техническое задание	—	—	≥ 14	≥ 30	$\leq 1,5$	$\leq 2,5 \cdot 10^{-7}$	≤ 30	
Исходная система	3200	∞	∞	7	1,84	10^{-6}	43	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Система варианта 1	25000	∞	∞	63	1,01	$2 \cdot 10^{-7}$	5	$1,3 \cdot 10^{-4}$
Система варианта 2	1200	∞	∞	50	1,25	$2 \cdot 10^{-7}$	25	$6,5 \cdot 10^{-3}$

5.5.3. Анализ полученных результатов

В 1-м варианте коррекции системы применение фильтра с опережением по фазе позволило:

1) увеличить запас устойчивости системы (запас устойчивости по фазе доведен до 63° , что удовлетворяет требованиям технического задания);

2) повысить показатели точности (коэффициент ошибок γ_2 уменьшился до $2 \cdot 10^{-7}$, следовательно, ошибка по ускорению регулярного входного воздействия результирующей системы удовлетворяет условиям технического задания);

3) существенно повысить быстродействие системы (косвенно о повышении быстродействия можно судить по расширению полосы пропускания результирующей системы: частота среза $\omega_{ср}$ увеличилась с 3200 до 25000 с^{-1} , но в большей мере повышение быстродействия характеризует уменьшение времени переходного процесса более чем в 25 раз: с $3,6 \cdot 10^{-3}$ до $1,3 \cdot 10^{-4}$ с);

4) уменьшить колебательность системы (перерегулирование σ уменьшилось с 43 до 5 %, а показатель колебательности M — с 1,84 до 1,01). Практически обеспечен апериодический характер переходного процесса результирующей системы.

Во 2-м варианте коррекции системы применение фильтра с запаздыванием по фазе позволило:

1) увеличить запас устойчивости системы (запас устойчивости по фазе увеличен до 50° , что удовлетворяет условиям технического задания);

2) повысить показатели точности (коэффициент ошибок γ_2 уменьшился до $2 \cdot 10^{-7}$, следовательно, ошибка по ускорению регулярного входного воздействия результирующей системы удовлетворяет условиям технического задания);

3) уменьшить колебательность системы (перерегулирование σ уменьшилось с 43 до 25 % (допустимое значение 30 %), а показатель колебательности M — с 1,5 до 1,25).

К недостаткам результирующей системы рассматриваемого варианта 2 по сравнению с вариантом 1 и даже с исходной системой является существенное снижение ее быстродействия. Значение времени переходного процесса t_n в варианте 2 равно 0,0065 с, в варианте 1 – 0,00013 с, а в исходной системе — 0,0036 с (такая ситуация характерна при использовании фильтра с запаздыванием по фазе).

Таким образом, из двух вариантов коррекции в рассматриваемом случае более эффективным следует признать применение фильтра с опережением по фазе. Преимущество этого варианта коррекции по сравнению с вариантом 2 состоит в том, что удалось существенно повысить быстродействие результирующей системы и обеспечить практически апериодический характер переходного процесса (имеющееся перерегулирование вызвано наличием форсирования в системе).

Применение фильтра с запаздыванием по фазе привело к снижению быстродействия (нерегламентированного в технических условиях), но зато позволило по сравнению с исходной системой уменьшить перерегулирование и колебательность переходного процесса системы.

Проведенную коррекцию системы можно признать эффективной. Все показатели качества и обоих вариантов коррекции удовлетворяют требованиям технического задания.